

أمثلة تطبيقية في الرياضيات مستمدة من تاريخنا الإسلامي

المهاى محمد النابلى
أستاذ/دكتور فى الرياضيات التطبيقية

جامعة الملك سعود
الجمعية السعودية للعلوم الرياضية

28 ذو الحجة 1435

كلمات إنجليزية أصلها مرتبط بالخوارزمي :

- Algorithm: الخوارزمي
- Algebra: عنوان كتابه الجبر والمقابلة
- Cipher (or Cypher), Chiffre : صفر
- Zero ← Zefiro (Fibonacci) ← صفر

كلمات إنجليزية أصلها مرتبط بالخوارزمي :

- Algorithm: الخوارزمي
- Algebra: عنوان كتابه الجبر والمقابلة
- Cipher (or Cypher), Chiffre : صفر
- Zero ← Zefiro (Fibonacci) ← صفر

كلمات إنجليزية أصلها مرتبط بالخوارزمي :

- Algorithm: الخوارزمي
- Algebra: عنوان كتابه **الجبر والمقابلة**
- Cipher (or Cypher), Chiffre : صفر
- Zero ← Zefiro (Fibonacci) ← صفر

كلمات إنجليزية أصلها مرتبط بالخوارزمي :

- Algorithm: الخوارزمي
- Algebra: عنوان كتابه الجبر والمقابلة
- Cipher (or Cypher), Chiffre : صفر
- Zero ← Zefiro (Fibonacci) ← صفر

كتاب الجمع والتفريق في الحساب الهندي للخوارزمي

نظام الترقيم : باستعمال الحروف

9	10	11	20	50	100	500	1000
<i>IX</i>	<i>X</i>	<i>XI</i>	<i>XX</i>	<i>L</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>M</i>

مثال : $1995 = MCMXCV$ & $1843 = MDCCCXLIII$

عيوب الترقيم باستعمال الحروف

- غير عملي
- يستوجب ما لا نهاية من الرموز، بينما النظام العشري يعتمد على 10 فقط
- غياب قواعد للحساب

$$\begin{array}{r} 1843 \\ + 1995 \\ \hline 3838 \end{array} \qquad \begin{array}{r} MDCCCXLIII \\ + MCMXCV \\ \hline ?!!! \end{array}$$

كتاب الجمع والتفريق في الحساب الهندي للخوارزمي

سر الرموز في للأرقام العربية: عدد الزوايا في كل رقم

5 4 3 2 1

0 9 8 7 6

طريقة الشبكة في عملية الضرب + ميزان الضرب

	1	3	7	6	
	4	1 2	2 8	2 4	4
	5	1 5	3 5	3 0	5
	2	6	1 4	1 2	2
6	2	1	9	5	2

مثال: $1376 * 452$

كتاب الجمع والتفريق في الحساب الهندي للخوارزمي

سر الرموز في للأرقام العربية: عدد الزوايا في كل رقم

5 4 3 2 1
0 8 7 6

طريقة الشبكة في عملية الضرب + ميزان الضرب

	1	3	7	6	
	4	2	8	4	4
	5	5	5	0	5
	2	6	4	2	2
6	2	1	9	5	2

مثال: $1376 * 452$

الجبر لغة : تصلح عظمه من كسر أو تغني الرجل من فقر
 إصطلاحا : إستخدام المعادلات لحل المسائل حيث يتم تمثيل القيم بواسطة رموز، وإلى تعميم النتائج

$$(1 + x)(10 - x) = 5(x + 3) \Leftrightarrow 10 + 9x - x^2 = 5x + 15$$

$$\Leftrightarrow 10 + 9x = x^2 + 5x + 15 \quad \text{الجبر}$$

$$\Leftrightarrow 4x = x^2 + 5 \quad \text{المقابلة}$$

ما هو أصل إستعمال الحرف x في الرياضيات ؟

عند الخوارزمي، يسمى الجهول شيء. هذه الكلمة نقلت حرفيا إلى xay من قبل الإسبان وتنطق $shay$ واقتصر فيما بعد على الحرف الأول x

الجبر لغة : تصلح عظمه من كسر أو تغني الرجل من فقر
 اصطلاحا : إستخدام المعادلات لحل المسائل حيث يتم تمثيل القيم بواسطة رموز، وإلى تعميم النتائج

$$(1 + x)(10 - x) = 5(x + 3) \Leftrightarrow 10 + 9x - x^2 = 5x + 15$$

$$\Leftrightarrow 10 + 9x = x^2 + 5x + 15 \quad \text{الجبر}$$

$$\Leftrightarrow 4x = x^2 + 5 \quad \text{المقابلة}$$

ما هو أصل إستعمال الحرف x في الرياضيات ؟

عند الخوارزمي، يسمى الجهول شيء. هذه الكلمة نقلت حرفيا إلى xy من قبل الإسبان وتنطق $shay$ واقتصر فيما بعد على الحرف الأول x

رجل مات وترك ثلاثة بنين وبناتا وأوصى لرجل من سبعي ماله بمثل نصيب ابنته ولآخر
بخمس وسدس ما بقي من السبعين.

رجل مات وترك أربعة بنين وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه ولآخر بربع ما بقي من
الثلاث.

رجل مات وترك ثلاثة بنين وبناتا وأوصى لرجل من سبعي ماله بمثل نصيب ابنته ولآخر
بخمس وسدس ما بقي من السبعين.

رجل مات وترك أربعة بنين وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه ولآخر بربع ما بقي من
الثلاث.

(باب المعاملات)

قسمت درهما على رجال فأصابهم شيء ثم زدت فيهم رجلا ثم قسمت عليهم درهما فأصابهم أقل من القسم الأول بسدس درهم. فكم عدد الرجال؟

(باب المساحة)

عمود مخروطي أسفله أربعة أذرع في أربعة أذرع وارتفاعه عشرة أذرع ورأسه ذراعين في ذراعين فكم حجمه؟ القاعدة: الهرم الثلاثي والهرم الرباعي والمخروط فإن الذي يكون من ضرب ثلث مساحة أسفله في عموده هو حجمه

مثال من مفتاح الحساب لجمشيد الكاشي (1429 – 1380، مفتاح الحساب)

جماعة دخلوا بستانا وقد اجتنى أحدهم رمانا واحدا والثاني اثنين والثالث ثلاثة وهكذا بتزايد واحد، ثم قسموا جميع ما معهم بالسوية فأصاب كل واحد منهم ستة. فكم يكون عدد الجماعة؟

مثال من شرح الأرجوزة الياشمينية في الجبر والمقابلة لابن الهائم المصري (1412 – 1352)

بريدان أرسلتا في يوم واحد على أن يسير أحدهما في اليوم الأول فرسخا في الثاني ثلاثة فراسخ وهكذا بتفاضل اثنين، ويسير الآخر كل يوم عشرة فراسخ، في كم يوم يلتقيان؟

مثال من مفتاح الحساب لجمشيد الكاشي (1429 – 1380، مفتاح الحساب)

جماعة دخلوا بستانا وقد اجتنى أحدهم رمانا واحدا والثاني اثنين والثالث ثلاثة وهكذا بتزايد واحد، ثم قسموا جميع ما معهم بالسوية فأصاب كل واحد منهم ستة. فكم يكون عدد الجماعة؟

مثال من شرح الأرجوزة الياسمينية في الجبر والمقابلة لابن الهائم المصري (1412 – 1352)

بريدان أرسلوا في يوم واحد على أن يسير أحدهما في اليوم الأول فرسخا في الثاني ثلاثة فراسخ وهكذا بتفاضل اثنين، ويسير الآخر كل يوم عشرة فراسخ، في كم يوم يلتقيان؟

كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكروية (محمد وأحمد والحسن، 9 م)

نظرية بني موسى:

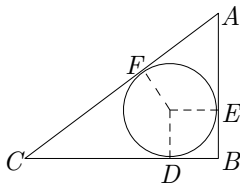
كل مضلع يحيط بدائرة فسطح نصف قطر تلك الدائرة في نصف جميع أضلاع ذلك المضلع هو مساحته

في كل مثلث، فإن المساحة a والمحيط p تربطهما العلاقة التالية:

$$a = r \times \frac{p}{2}$$

حيث r يمثل نصف قطر الدائرة المحاطة

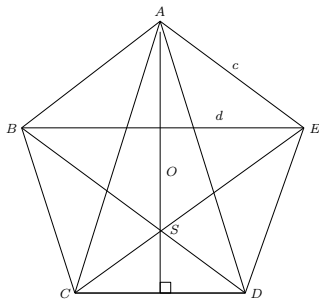
نعيم ابن محمد: (كتاب الأشكال الهندسية)



إذا كان مثلث أب ج قائم الزاوية وتكسيهه ومجموع أضلاعه معلومان وأردنا أن نعلم كل واحد من أضلاعه

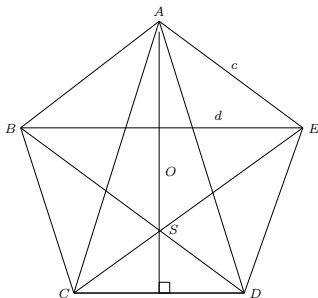
حدد أضلع المثلث (ABC) القائم في B من خلال محيطه p ومساحته a

أبو الوفاء البوزجاني (940 – 998): كتاب فيما يحتاج إليه الصانع من أعمال
في الهندسة



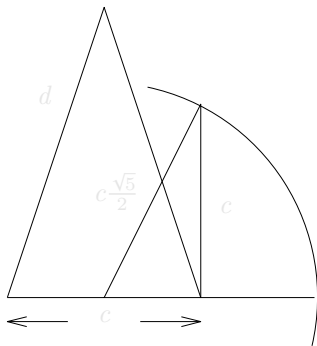
- الأقطار متقايسة
- محور تناظر $(OA) \Rightarrow (ABSE) \#$
- $(SCD) \sim (ABE) \Rightarrow \frac{SC}{CD} = \frac{AB}{BE} \Rightarrow \frac{d-c}{c} = \frac{c}{d} \Rightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0, \varphi = \frac{d}{c}$
- $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow d = \frac{1+\sqrt{5}}{2} c$

أبو الوفاء البوزجاني (940 – 998): كتاب فيما يحتاج إليه الصانع من أعمال
في الهندسة

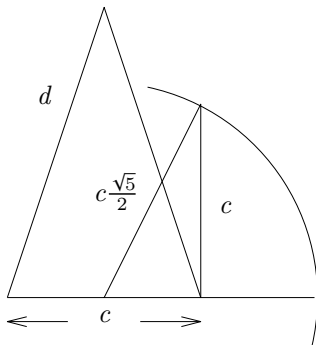


- الأقطار متقايسة
- محور تناظر $(OA) \Rightarrow (ABSE) \#$
- $(SCD) \sim (ABE) \Rightarrow \frac{SC}{CD} = \frac{AB}{BE} \Rightarrow \frac{d-c}{c} = \frac{c}{d} \Rightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0, \varphi = \frac{d}{c}$
- $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow d = \frac{1+\sqrt{5}}{2} c$

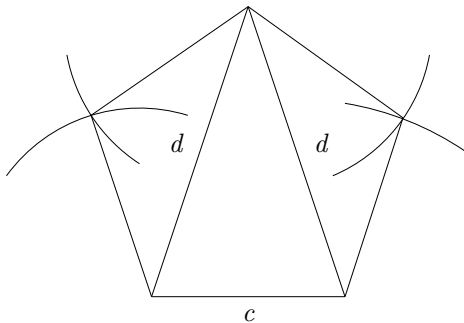
المرحلة 1: كيفية رسم $d = \frac{1+\sqrt{5}}{2}c$ من خلال c ؟



المرحلة 1: كيفية رسم $d = \frac{1+\sqrt{5}}{2}c$ من خلال c ؟

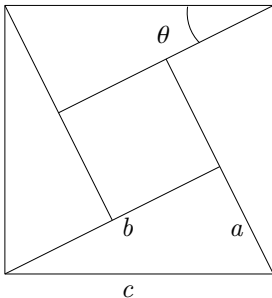


المرحلة 2: رسم الخمس المنتظم بضلع يساوي c



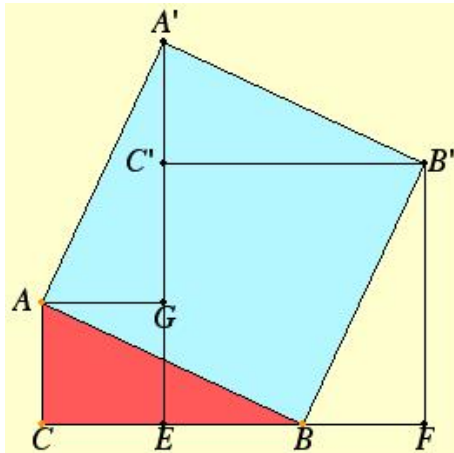
سؤال: كيف نرسم الخمس المنتظم بضلع يساوي c ؟

ارسم هذا الشكل بالمسطرة والبركار



استنتج من خلال هذا الرسم نظرية فيثاغورس: $a^2 + b^2 = c^2$

برهان ثابت ابن قرة (توفي سنة 901) لنظرية فيثاغورس



الرياضيات السحرية

- اختر عددا مؤلفا من 3 أرقام
- انسخه بجانبه لتحصل على عدد ذي 6 أرقام
- اقسم النتيجة على 13 ثم على 11 وأخيرا على 7
- ماذا تلاحظ؟

اعط تفسيرا لهذه النتيجة

الرياضيات السحرية

- إخف خاتما (100 ريالاً) في إحدى يديك
- أسند لهذه اليد رقم 4 وللأخرى رقم 3
- اضرب العدد الموجود في يدك اليمنى في 5
- اضرب العدد الموجود في يدك اليسرى في 4
- اجمع النتيجة

اعط تفسيراً لهذه الحيلة

طريقة بهاء الدين العاملي (1547 – 1622، خلاصة الحساب) في حساب $S_n^{(k)} = \sum_{i=1}^n i^k$

$$S_n^{(1)} = 1 + 2 + \dots + n = ? \bullet$$

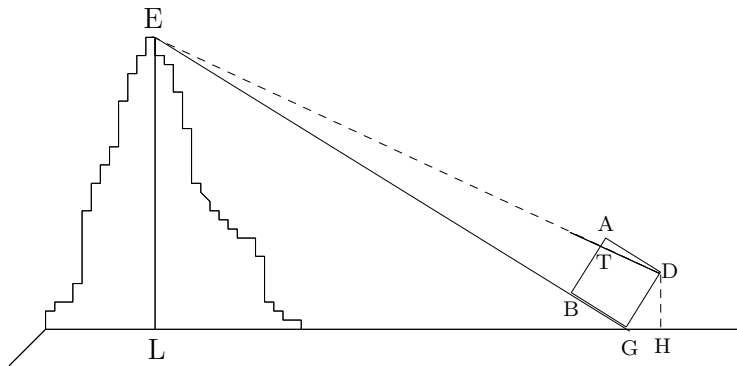
$$(i+1)^3 \text{ فكك } \bullet$$

$$S_n^{(2)} \text{ اجمع } (i+1)^3 \text{ من } 1 \text{ إلى } n \text{ ثم استنتج } \bullet$$

$$\bullet \text{ كيف نحسب } S_n^{(3)} ?$$

فسر الطريقة لحساب $S_n^{(k)}$

طريقة البيروني (973 – 1048) في قياس إرتفاع جبل

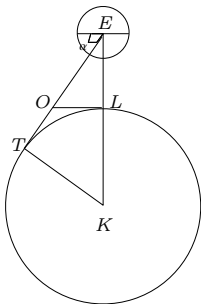


- $(ADT) \sim (GED) \Rightarrow \frac{AD}{AT} = \frac{GE}{GD} \Rightarrow GE = \frac{AD^2}{AT}$
- $(GEL) \sim (DGH) \Rightarrow \frac{GE}{EL} = \frac{DG}{GH} \Rightarrow EL = \frac{GE}{DG} GH$

$$EL = \frac{AD}{AT} GH$$

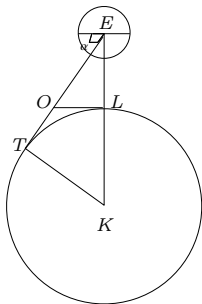


Figure 5: View of Biruni's happy choice of landscape.



$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \frac{KT}{KT + EL} \implies (KT + EL) \cos(\alpha) = KT \\ &\implies KT(1 - \cos(\alpha)) = EL \cos(\alpha) \\ &\implies KT = EL \frac{\cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} \end{aligned}$$

$$EL = 310.07m \ \& \ \alpha = 34' = \frac{34}{60} \implies R = KT = 6339.6km$$

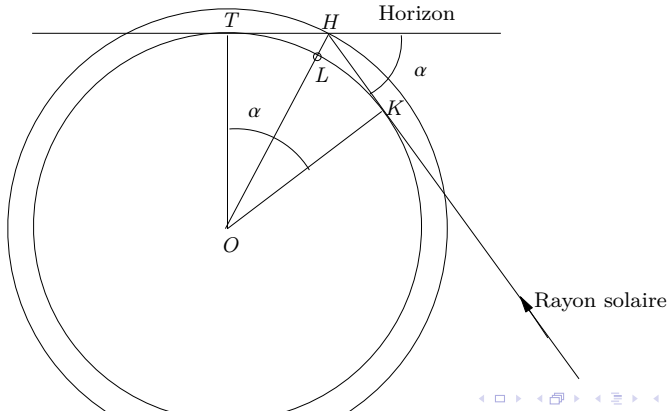


$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \frac{KT}{KT + EL} \implies (KT + EL) \cos(\alpha) = KT \\ &\implies KT(1 - \cos(\alpha)) = EL \cos(\alpha) \\ &\implies KT = EL \frac{\cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} \end{aligned}$$

$$EL = 310.07m \ \& \ \alpha = 34' = \frac{34}{60} \implies R = KT = 6339.6km$$

الشفق: بقية ضوء الشمس وحرمتها في أول الليل إلى قريب من العتمة
غسق الليل: دخول أوله، إذا غاب الشفق أقبل الغسق

لماذا لا تبدأ عتمة الليل فور غروب الشمس؟



مثال من كتابه مفتاح الحساب: $\sqrt{331781} = ?$

	5	7	6
	33	17	81
	8	17	
		68	81
			5
$2(x_1x_2x_3)$		11	52

$$> x_1/x_1^2 \leq 33 \rightarrow x_1 = 5 \rightarrow e_1 = 8$$

$$> x_2/(50 + x_2)^2 - 50^2 \leq 817 \rightarrow x_2 = 7 \rightarrow e_2 = 68$$

$$> x_3/(570 + x_3)^2 - 570^2 \leq 6881 \rightarrow x_3 = 6 \rightarrow e_3 = 5$$

- 576 هو أكبر عدد طبيعي a يحقق $a^2 \leq 331781$
- $331781 = (576)^2 + 5$

$$\rightsquigarrow \sqrt{331781} \approx 576 + \frac{5}{1152} \Rightarrow |error| = 576 + \frac{5}{1152} - \sqrt{331781} < 10^{-7}$$

الإحتيال لمعرفة مقداري الذهب والفضة في جسم مركب منهما

مسألة: لدينا قطعة مصنوعة من الذهب والفضة ونريد معرفة نسبتيهما x و y .

$$x + y = 1 \text{ :المعادلة الأولى}$$

ما هي المعادلة الثانية؟

- 1 الكثافة: الذهب $19.3g/cm^3$ والفضة $10.5g/cm^3$
- 2 حساب الوزن m والحجم v للقطعة
- 3 المعادلة الثانية: $\frac{xm}{19.3} + \frac{ym}{10.5} = v$

سؤال: ما العمل إذا كان الخليط يحتوي على الذهب والفضة والنحاس؟

الإحتيال لمعرفة مقداري الذهب والفضة في جسم مركب منهما

مسألة: لدينا قطعة مصنوعة من الذهب والفضة ونريد معرفة نسبتيهما x و y .

$$x + y = 1 \text{ :المعادلة الأولى}$$

ما هي المعادلة الثانية؟

- 1 الكثافة: الذهب $19.3g/cm^3$ والفضة $10.5g/cm^3$
- 2 حساب الوزن m والحجم v للقطعة
- 3 المعادلة الثانية: $\frac{xm}{19.3} + \frac{ym}{10.5} = v$

سؤال: ما العمل إذا كان الخليط يحتوي على الذهب والفضة والنحاس؟

بعض المسائل المرتبطة بالنظم الخطية (كتاب مفتاح الحساب للكاشي)

حلي مركب من ثلاثة جواهر كالذهب واللؤلؤ والياقوت وزنه 3 مثاقيل وقيمته 60 ديناراً. قيمة مثقال من الذهب 4 دنانير ومن اللؤلؤ 20 ديناراً ومن الياقوت 30 ديناراً. نريد أن نعرف وزن كل واحد منها مع أن وزن الذهب يساوي ثلث وزن الياقوت

كل واحدة من البط بأربعة دنانير وكل خمسة من العصفور بدينار وكل واحدة من الدجاج بدينار وأردنا مائة مائة دينار.

بعض المسائل المرتبطة بالنظم الخطية (كتاب مفتاح الحساب للكاشي)

حلي مركب من ثلاثة جواهر كالذهب واللؤلؤ والياقوت وزنه 3 مثاقيل وقيمته 60 ديناراً. قيمة مثقال من الذهب 4 دنانير ومن اللؤلؤ 20 ديناراً ومن الياقوت 30 ديناراً. نريد أن نعرف وزن كل واحد منها مع أن وزن الذهب يساوي ثلث وزن الياقوت

كل واحدة من البط بأربعة دنانير وكل خمسة من العصفور بدينار وكل واحدة من الدجاج بدينار وأردنا مائة مائة دينار.

ومن أحسن التعليم الابتداء بما (الحساب) لأنها معارف متضحة وبراهين منتظمة فينشأ عنها في الغالب عقل مضىء مدرب على الصواب. وقد قال من أخذ نفسه بتعليم الحساب أول أمره إنه غلب عليه الصدق لما في الحساب من صحة المباني ومناقشة النفس فيصير ذلك خلقا ويتعود الصدق ويلزمه مذهباً

واعلم أن الهندسة تفيد صاحبها إضاءة في عقله واستقامة في فكره لأن براهينها كلها بينة الانتظام جليلة الترتيب لا يكاد الغلط يدخل اقيستها لترتيبها وانتظامها فيبعد الفكر بممارستها عن الخطأ وينشأ لصاحبها عقل على ذلك المهيع. وقد زعموا أنه كان مكتوباً على باب افلاطون: من لم يكن مهندساً فلا يدخلن منزلاً. وكان شيوخنا رحمهم الله يقولون ممارسة الهندسة للفكر بمثابة الصابون للشوب الذي يغسل منه الأقدار وينقيه من الأوضار والأدران

شكرا